

UZAY GEOMETRİSİ

Bu dersimizde uzay geometrisini anlatacağız. Biraz zor gelebilir çünkü artık 3 boyutlu düşünmeye başlayacağız bu yüzden konu anlatımlı videomuzuda inceleyiniz. İyi Dersler...

BAZI KAVRAM ve TANIMLAR

Geometride nokta, doğru, düzlem ve uzay gibi bazı kavramlar tanımsız olarak kabul edilir. Kalemin veya sivri bir şeyin ucunun bıraktığı ize nokta diyebiliriz. Cetvelin kenarı ile bir doğru çizebiliriz. Sınıfın duvarı, pencere camı birer düzlemdir. Odanın içerisi, herhangi bir cismin kapladığı yer birer uzay belirtirler.

Nokta : « . » Biçiminde ifade edilir ve genellikle büyük harfle gösterilir. Nokta boyutsuzdur.

« . » nokta, « . A » A noktası

Doğru : iki ucuna ok işareti koyulmuş düz bir çizgi ile gösterilir. Doğru küçük harfle veya üzerindeki iki nokta ile gösterilir.



veya AB doğrusu diye okunur. Buradaki A ve B noktaları doğrunun birer elemanıdır.

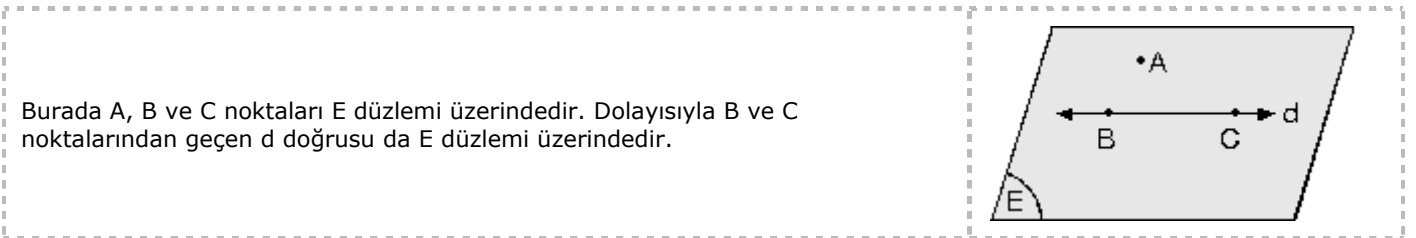
$A \in d$ ve $B \in d$ biçiminde yazılır.

- Farklı iki noktadan bir tek doğru geçer.
- Farklı iki nokta bir tek doğru belirtir.

Doğru bir boyutludur. Yani sadece uzunluk söz konusudur.

Düzlem: Uzunluğuna ve genişliğine doğru sonsuza uzayıp giden düz bir yüzeydir. Düzlem iki boyutludur. Sayfa üzerinde paralelkenar gibi gösterilebilir. Paralelkenarın köşesine harfle ismi yazılabilir.

şekildeki düzlem E düzlemi diye isimlendirilir.



$A \in E$

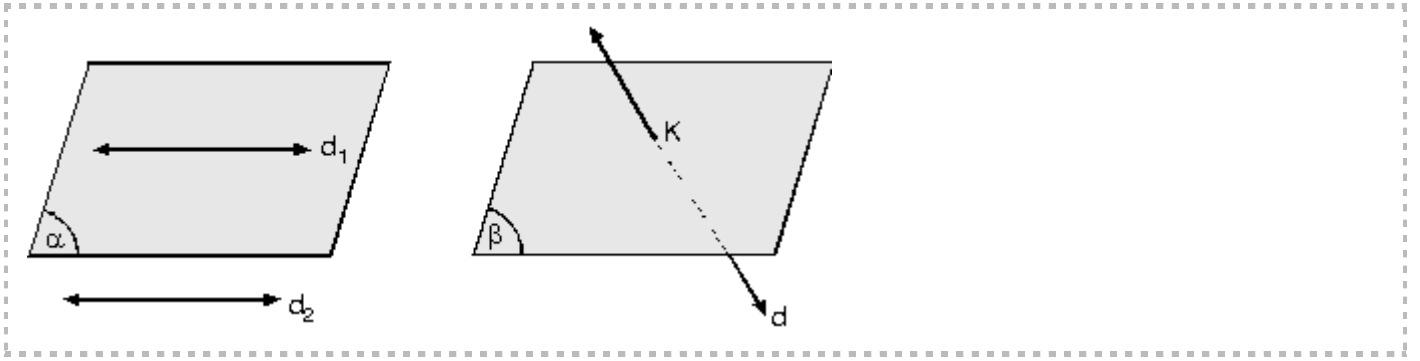
$B \in E$

$$C \in \square E$$

$$d \in \square E$$

- Aynı doğru üzerinde olmayan farklı üç nokta bir düzlem belirtir.
- Bir doğru ile, bu doğru üzerinde olmayan bir nokta, bir düzlem belirtir.
- Bir doğrunun farklı iki noktası bir düzlem üzerinde ise bu doğru (doğrunun bütün noktaları) bu düzlem üzerindedir.

1. Düzlemle Doğrunun Durumları



Bir doğru düzlemin ya üzerinde, ya dışındadır veya düzlemi bir noktada keser.

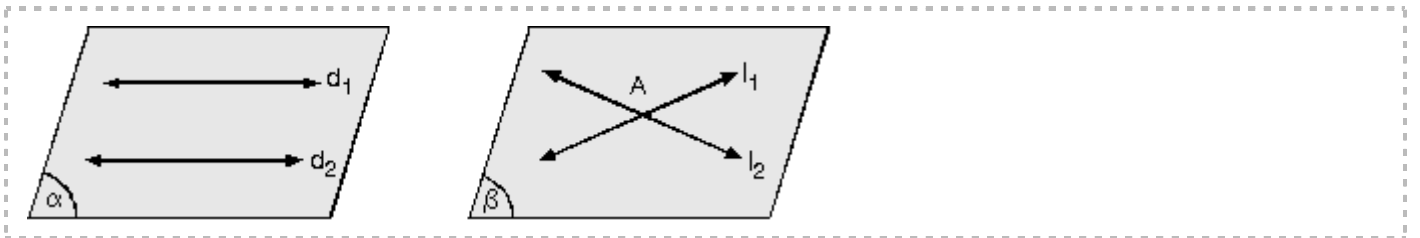
$$d_1 \cap \alpha = d_1$$

$$d_2 \cap \alpha = \emptyset$$

$$d \cap \beta = \{K\}$$

K noktası kesişen bir doğru ile bir düzlemin arakesitidir.

2. Düzlemde İki Doğrunun Birbirine Göre Durumları



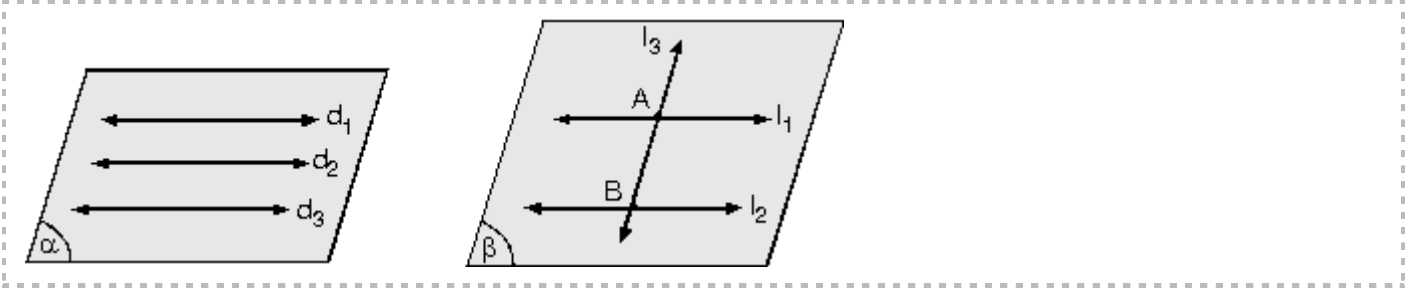
- Paralel farklı iki doğru bir tek düzlem belirtir.
- Her paralel farklı iki doğrudan bir tek düzlem geçer.
- Kesişen farklı iki doğru bir tek düzlem belirtir. Her kesişen farklı iki doğrudan bir tek düzlem geçer.
- Bir düzlemde farklı iki doğru ya paraleldir, ya da bir noktada kesişirler.

$$d_1 \cap d_2 = \emptyset$$

$$l_1 \cap l_2 = \{A\}$$

Üst üste çizilen çakışık doğrular bir tek doğru kabul edilir.

3. Düzlemde Üç Doğrunun Birbirlerine Göre Durumları



Üç doğru paralel olabilir.

$$d_1 // d_2 // d_3 \quad d_1 \cap d_2 \cap d_3 = \emptyset$$

Düzlemde paralel olan iki doğrudan birine paralel olan doğru diğerine de paraleldir.

$d_1 // d_2$ ve $d_2 // d_3$ ise $d_1 // d_3$ olur.

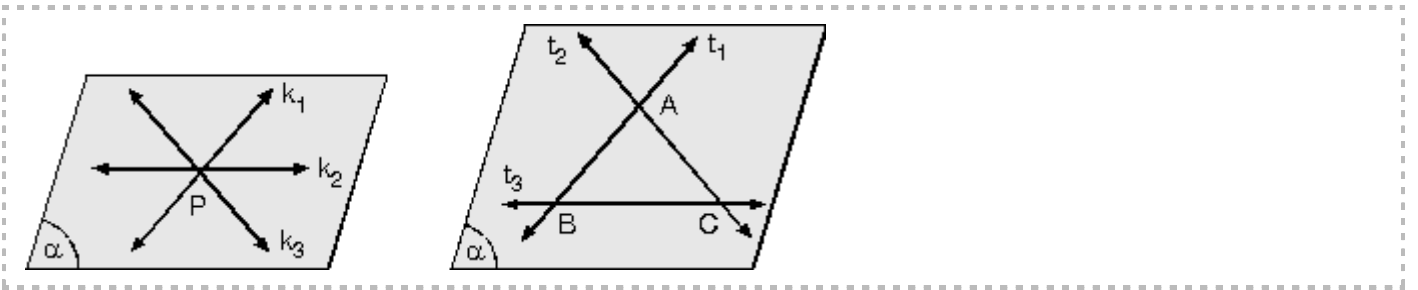
Yalnız ikisi paralel ise, üçüncü doğru paralel doğruları birer noktada keser.

$$l_1 // l_2$$

$$l_1 \cap l_3 = \{A\}$$

$$l_2 \cap l_3 = \{B\}$$

- Düzlemde paralel iki doğrudan birini kesen bir doğru, diğerini de keser.
- Düzlemde paralel iki doğrudan birini dik kesen bir doğru diğerini de dik keser.



Üç doğru bir noktada kesişebilir.

$$k_1 \cap k_2 \cap k_3 = \{P\}$$

Üç doğru ikişer ikişer kesişebilir.

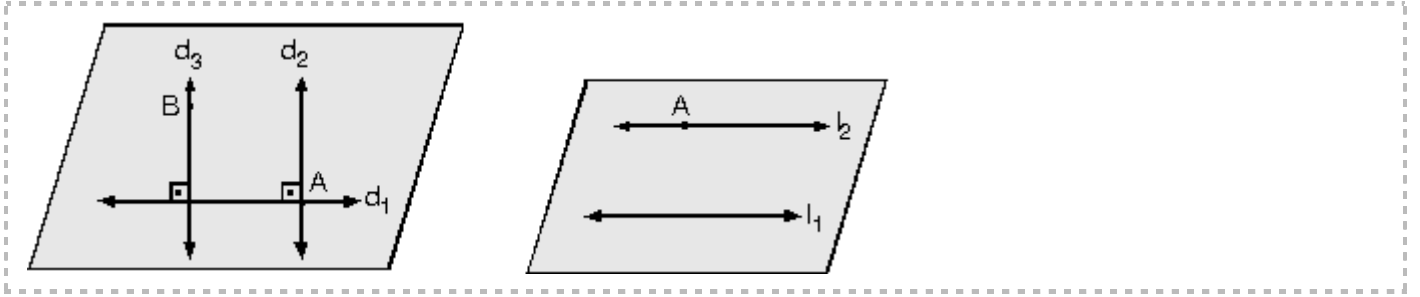
$$t_1 \cap t_2 = \{A\}$$

$$t_1 \cap t_3 = \{B\}$$

$$t_2 \cap t_3 = \{C\}$$

$$t_1 \cap t_2 \cap t_3 = \emptyset$$

4. Düzlemde Nokta İle Doğrunun Durumları



- Doğrunun üzerindeki bir noktadan geçen ve bu doğruya dik olan bir tek doğru çizilebilir.

d_2 doğrusu A'dan geçer ve d_1 e diktir

- Doğrunun dışındaki bir noktadan geçen ve bu doğruya dik olan bir tek doğru çizilebilir.

d_3 doğrusu B'den geçer ve d_1 e diktir.

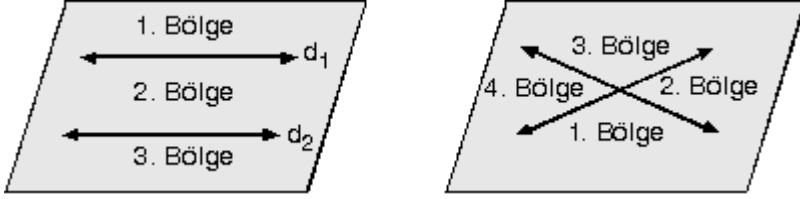
- Doğrunun dışındaki bir noktadan geçen ve bu doğruya paralel olan bir tek doğru çizilebilir.

l_2 doğrusu A'dan geçer ve l_1 ile paraleldir.

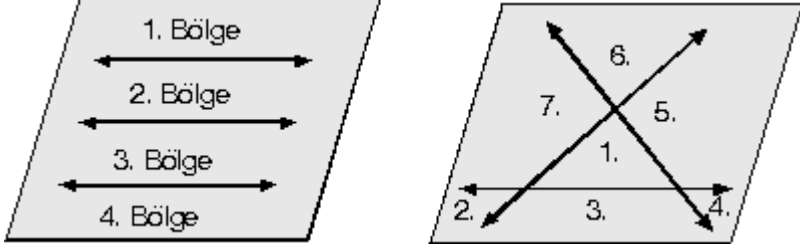
5. Doğruların Düzlemde Ayırdığı Bölge Sayısı

Genel olarak, n adet doğru bir düzlemi en az $(n + 1)$ bölgeye (paralellik hali), en

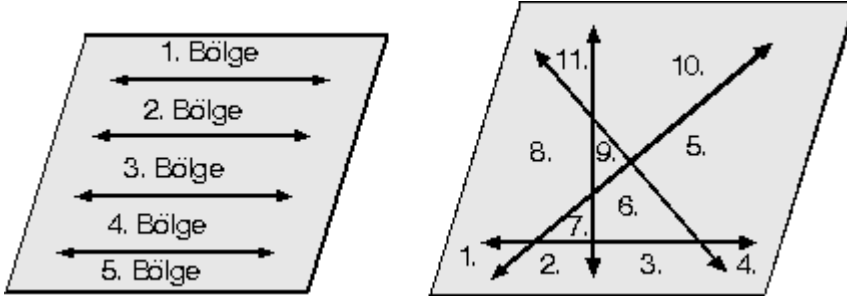
fazla	$\frac{n(n+1)}{2} + 1$	bölgeye ayırır.
-------	------------------------	-----------------



- İki doğru, bir düzlemi en az 3 bölgeye, en fazla 4 bölgeye ayırır.



- Üç doğru, bir düzlemi en az 4 bölgeye, en fazla 7 bölgeye ayırır.

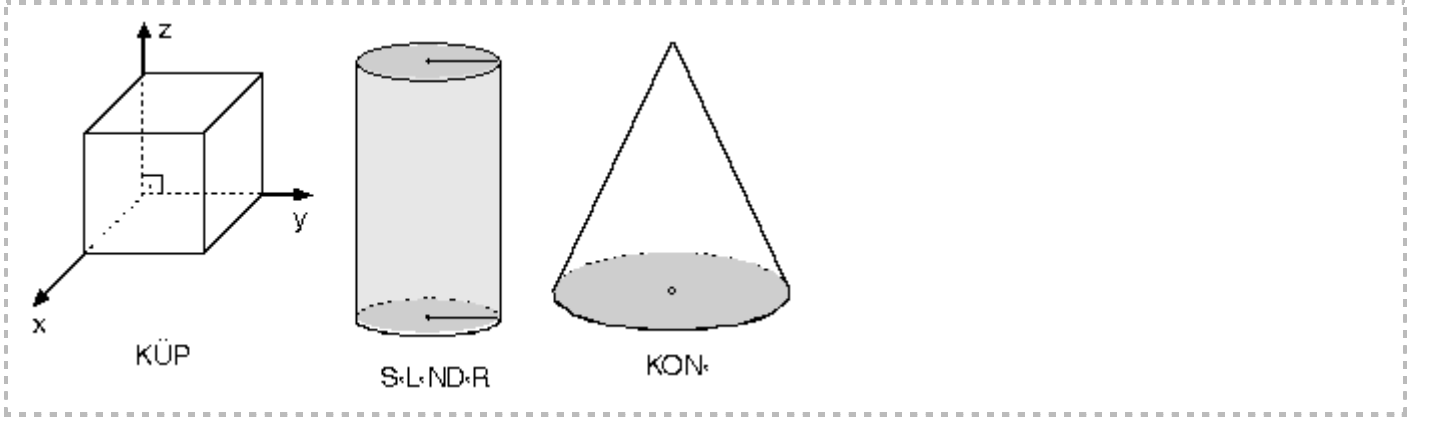


- Dört doğru, bir düzlemi en az 5 bölgeye, en fazla 11 bölgeye ayırır.

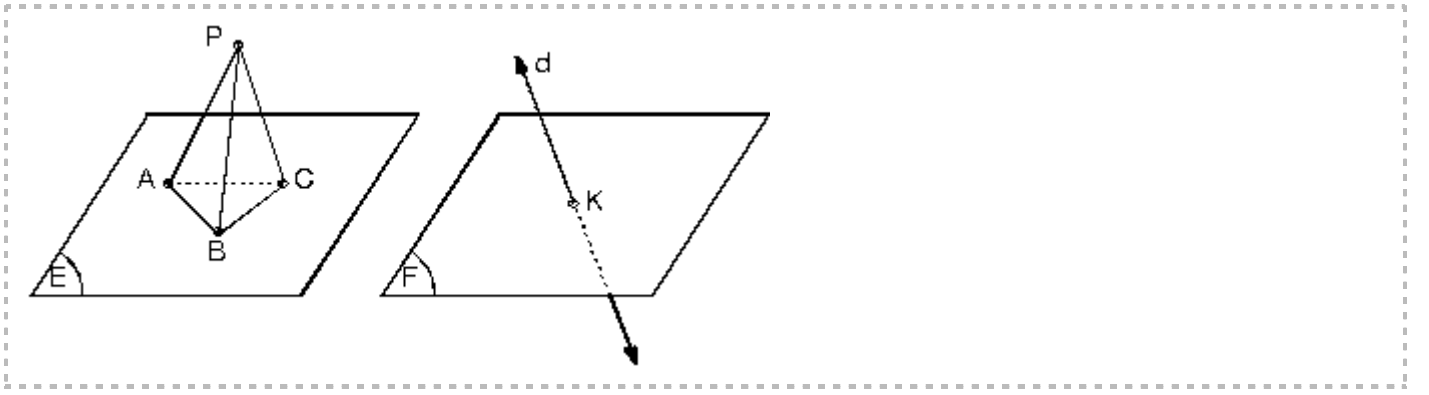
• UZAY KAVRAMI VE UZAYDA DOĞRULAR

Cisimlerin kapladığı yer ve içinde bulundukları mekan uzaydır. Doğruda sadece uzunluk, düzlemde uzunluk ve genişlik söz konusu idi. Uzayda ise uzunluk ve genişliğin yanında bir de yükseklik kavramı vardır. (Derinlikte denilebilir.) Dolayısıyla uzay üç boyutludur. Uzayda x, y, z eksenleri olduğu için kartezyen koordinat olarak $R \times R \times R$ veya R^3 ile sembolize edilir.

Aşağıda üç boyutlu cisimlerin bazıları belirtilmiştir.



1. Uzay Belirtme Aksiyomları



- Dördü aynı düzlemde bulunmayan farklı dört nokta uzay belirtir.

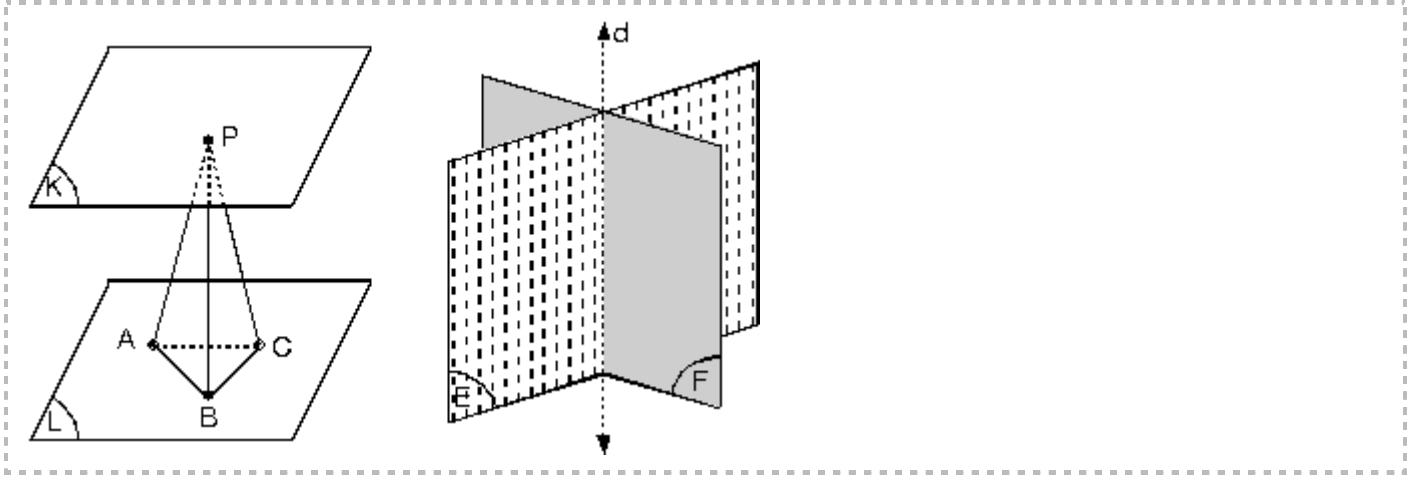
E düzlemindeki A, B, C noktaları ile düzlem dışındaki P noktası, uzay belirtir.

- Bir düzlem ile bu düzlemin dışındaki bir nokta, uzay belirtir.

E düzlemi ile bu düzlemin dışındaki P noktası uzay belirtir.

- Bir düzlem ve düzlem üzerinde olmayan bir doğru uzay belirtir.

d doğrusu F düzleminde olmadığından, F düzlemi ile d doğrusu uzay belirtir.



- Uzayda farklı iki düzlem ya paraleldir ya da kesişirler.
- Paralel olmayan farklı iki düzlem daima kesişir.
- Farklı iki düzlem daima uzay belirtir.
- Kesişen iki düzlemin ortak noktalarının oluşturduğu doğruya arakesit doğrusu denir.

Farklı K ve L düzlemleri uzay belirtir. E ve F düzlemlerinin kesişim kümesi d doğrusudur. $E \cap F = d$ dir.